PROBLEMAS DE ENTRENAMIENTO SEMANA N° 4
(Nivel Inicial)

Problema 1
¿Para cuántos enteros positivos n, el número $n^3 - 8n^2 + 20n - 13$ es un número primo?

Solución
Como $n^3 - 8n^2 + 20n - 13 = (n-1)(n^2 - 7n + 13)$, uno de los factores debe ser 1 y el otro debe ser un número primo. Si $n - 1 = 1$, entonces $n = 2$ y $n^2 - 7n + 13 = 2^2 - 7(2) + 13 = 3$ que es primo. Luego, $n = 2$ es solución. Ahora, si $n^2 - 7n + 13 = 1$, entonces $n^2 - 7n + 12 = (n-4)(n-3) = 0$ de modo que $n = 4$ o $n = 3$. Si $n = 4$, entonces $n - 1 = 3$ y si $n = 3$, entonces $n - 1 = 2$, es decir $n - 1$ es primo en ambos casos. Por lo tanto, $n^3 - 8n^2 + 20n - 13$ es un primo para tres valores, $n = 2$, 3 y 4

Problema 2
Un ciclista ha recorrido dos tercios de su trayecto cuando se le pincha una llanta. Decide terminar su recorrido a pie, pero este tramo del viaje le toma el doble de tiempo del que hizo en bicicleta. ¿Cuántas veces más rápido anda en bicicleta que a pie?

Solución
El ciclista recorre dos tercios del camino en bicileta y un tercio a pie, es decir, hace la mitad de lo que recorrió en bicicleta en el doble de tiempo. Por lo tanto, anda en bicileta cuatro veces más rápido que a pie.

Problema 3
Sea $ABCD$ un cuadrado de centro O. Sobre los lados DC y AD se han construido los triángulos equiláteros EDC y FAD. ¿Cuál es la razón del área del triángulo FDE entre el área del triángulo DOC?.

Solución
El área del triángulo DOC es $\frac{bh}{2} = \frac{x(\frac{x}{2})}{2} = \frac{x^2}{4}$. Si trazamos la altura h del triángulo FDE desde el vértice E a la recta FD, y llamamos H a la intersección de ésta con la recta FD, tenemos que el ángulo EDH mide 30° por lo que la recta DH es la bisectriz de un triángulo equilatero así que también es la mediatriz del lado CE por lo que $h = \frac{x}{2}$ y el áre del triángulo $FDE = \frac{x(\frac{x}{2})}{2} = \frac{x^2}{4}$ y, entonces la relación entre las áreas de estos triángulos es 1.