

PROBLEMAS DE ENTRENAMIENTO SEMANA N° 1 (Nivel Inicial)

Problema 1

¿Puedes dibujar en un polígono de 10 lados un eje de simetría que no pase por ninguno de sus vértices? ¿Y con un polígono de 87 lados?

Solución

Un eje de simetría divide a un polígono en dos partes exactamente iguales, por lo que de un lado del eje de simetría hay la misma cantidad de vértices que del otro. Así que un polígono con un número par de vértices, como es el polígono regular de 10 lados, puede ser dividido con un vértice de simetría que no pase por ninguno de sus vértices ya que puede pasar por dos lados opuestos dejando 5 vértices de un lado y 5 vértices del otro.

Sin embargo un polígono regular con un número impar de lados y vértices tiene opuesto a un lado siempre un vértice por lo que un eje de simetría que pase por un lado siempre pasara por un vértice. Además para dejar la misma cantidad de vértices de un lado que del otro del eje de simetría se tendrían que dejar, en el caso de 87 vértices, 43 de un lado y 43 del otro, comprometiendo uno que será utilizado con el eje de simetría.

Problema 2

En el triángulo ABC , el ángulo en C mide 90° . Sean E y F puntos en la hipotenusa AB tales que $AE = AC$ y $BF = BC$. Conseguir la medida del ángulo ECF .

Solución

Sean $\angle ECF = x$, $\angle ACF = y$ y $\angle BCE = z$. Entonces $x + y + z = 90^\circ$. Como $AC = AE$, tenemos que $\angle AEC = \angle ACE = x + y$. Análogamente $\angle ECF = \angle BCF = x + z$.

Luego, en el triángulo CEF tenemos que $x + (x + y) + (x + z) = 180^\circ$, es decir, $2x + 90^\circ = 180^\circ$. Por lo tanto, $x = 45^\circ$.

Problema 3

Si a y b son números distintos tales que:

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 10b}{b + 10a} = 2$$

¿cuánto vale $\frac{a}{b}$?

Solución

Multiplicando ambos lados de la igualdad por $b(b + 10a)$ obtenemos $2ab + 10a^2 + 10b^2 = 2b^2 + 20ab$, de donde $5a^2 - 9ab + 4b^2 = 0$. Factorizando, tenemos que $(a - b)(5a - 4b) = 0$. Como $a \neq b$, entonces $5a - 4b = 0$ y por lo tanto $\frac{a}{b} = \frac{4}{5} = 0,8$.