

**OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
2007 (Afiche)**

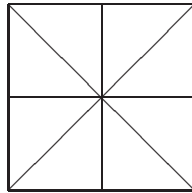
Prueba Preliminar. Canguro Matemático

7° ¿En cuántos ceros termina el número $24^4 \cdot 25^3 \cdot 15^5$?

- (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 8 (E) 5

R: 11

7° El área del cuadrado mayor de la figura es 1. En dicha figura no hay un triángulo cuya área sea



- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{3}{6}$

R: $\frac{3}{8}$

8° En la multiplicación $ABC \times DE = 7632$ cada uno de los dígitos del 1 al 9 aparece solamente una vez. ¿Cuál es el dígito que corresponde a la letra **B**?

- (A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 9

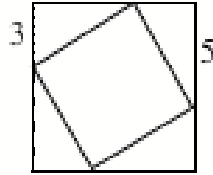
R: 5

8° Los números 1,2,3,4,5,6,7,8 son separados en dos grupos con igual cantidad de elementos e igual suma. Si los números 1 y 3 están en uno de los grupos, ¿qué otro número debe estar en ese mismo grupo?

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

R: 6

9° Un cuadrado pequeño es inscrito en uno más grande como se muestra en la figura. El área del cuadrado pequeño es



- (A) 28 (B) 34 (C) 16 (D) 49 (E) 36

R: 34

9° Para $n \geq 2007$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es la mayor?

- (A) $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ (B) $\frac{n-1}{n}$ (C) $\frac{n}{n+1}$ (D) $\frac{n-2}{n-1}$ (E) $\frac{n^2-1}{n^2+1}$

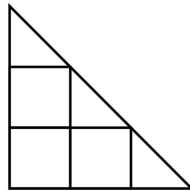
R: $\frac{n^2-1}{n^2+1}$

9° Dado un número, una extraña calculadora sólo puede hacer lo siguiente: multiplicarlo por 2 o por 3, o calcular su segunda o tercera potencia. Si comenzamos con el número 15, ¿cuál de los siguientes resultado se puede obtener al usar la calculadora cinco veces consecutivas?

- (A) $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ (B) $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ (C) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ (D) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ (E) $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

R: $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$

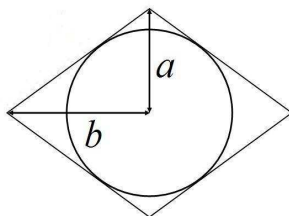
1° ¿De cuántas maneras se puede ir desde el extremo superior de la hipotenusa hasta el extremo inferior de la misma en el triángulo rectángulo de la figura si sólo puedes bajar, ir a la derecha o por la hipotenusa?



- (A) 6 (B) 10 (C) 11 (D) 14 (E) 15

R: 14

1° El radio del círculo inscrito en el rombo dado es



- (A) $\frac{2a}{b}$ (B) $\frac{2b}{a}$ (C) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ (D) $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (E) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$

R: $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2° El menor número de personas que deberá haber en una cafetería, para que al menos dos de ellas sean del mismo sexo y hayan nacido en el mismo mes es

- (A) 13 (B) 25 (C) 32 (D) 12 (E) 37

R: 25

3° ¿Cuál es el valor de $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$?

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 10 (E) π

R: -1

Prueba Final Regional

7° Si sumamos 36 al número 37 obtenemos 73. ¿Cuáles otros números de dos dígitos tienen la propiedad de que al sumarles 36 se intercambia el orden de sus dígitos?

R: 15, 26, 48 y 59

8° Verónica vendió todas las manzanas que llevaba en una cesta en seis casas. En cada una, vendió la mitad de las que llevaba más media manzana, y conste que Verónica jamás partió una sola manzana. Al final de la venta, no se quedó con ninguna manzana. ¿Cuántas manzanas tenía Verónica inicialmente en su cesta?

R: 63

8° Sean p y q divisores de un entero positivo n . Además, se sabe que $\frac{n}{p} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ y $\frac{n}{q} = 2 \cdot 7^2 \cdot 11$. Si p y q no tienen divisores comunes distintos de 1, encuentra los valores de p y q .

R: $p = 77$ y $q = 30$

8° A Fernando se le ocurrió sumar todos los números naturales de dos cifras distintas \overline{ab} , pero sin darse cuenta se saltó uno y el resultado que obtuvo fue 4321. ¿Qué número se saltó?

R: 89

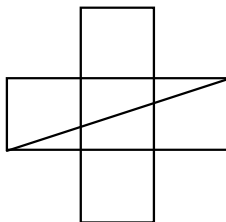
9° Rafael, el abuelo de Víctor, no tiene más de cien años, pero si tiene más de medio siglo de vida. Algo más que se puede decir es que el año anterior su edad era múltiplo de 8 y que el año próximo será múltiplo de 7. ¿Cuál es la edad de Rafael?

R: 97

9° Seis personas tratan de adivinar el número de piedras que están contenidas en una caja. Las cantidades estimadas por cada una de estas personas fueron 52, 59, 62, 65, 49 y 42. Se sabe que las seis personas se equivocaron y que sus errores (por exceso o por defecto), en algún orden, fueron de 1, 4, 6, 9, 11 y 12 piedras. ¿Cuántas piedras habían en la caja?

R: 53

1° La siguiente figura está compuesta por cinco cuadrados del mismo tamaño. ¿Cuál es su área si se sabe que el segmento \overline{AB} mide 10 centímetros?



R: 50 cm^2

1° Sabiendo que en la siguiente expresión hay 2007 nueves, ¿cuántas cifras tiene el número resultante?

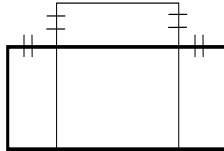
$$(999 \dots 9)^2 - 1$$

R: 4014

2° Sea $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$, donde x es un entero positivo. Halle el menor valor de x para que S sea un cuadrado perfecto.

R: 4

2° El diagrama muestra a un cuadrado y a un rectángulo. Si la longitud de los cuatro segmentos marcados es 1 y el área del rectángulo es igual al área del cuadrado, ¿cuál es la longitud del lado más largo del rectángulo?



R: 4

Prueba Final Nacional

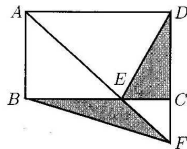
7° Para cuántos minutos entre las 12:00 del medio día y las 11:59 de la noche se cumple que el número de la hora divide al número de los minutos.

R: 188

8° Encuentra el menor entero positivo tal que 5 veces el producto de sus dígitos es igual al número.

R:175

9° En la figura, $ABCD$ es un rectángulo, el ángulo DAE mide 45° y los puntos A, E, F son colineales. Si el área del triángulo BEF es 4, calcula el área del triángulo CDE . Justifica tu respuesta.

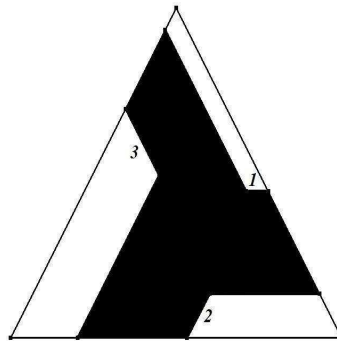


R:4

1º Estefanía participa en un juego de mesa en el que en cada turno tiene que entregar 1 ficha y lanzar un dado. Si cae 1 ó 2, gana 4 fichas; si cae 3 debe entregar otras 2 fichas y si cae 4, 5 ó 6, gana 1 ficha. Si inicialmente tiene 2 fichas, ¿es posible que en algún momento llegue a tener exactamente 16 fichas? Explica tu respuesta

R:No es posible

2º El polígono sombreado, en negro, que se muestra en la figura ha sido construido a partir de un triángulo equilátero de lado 12 removiendo las regiones que están sin sombreado. Cada uno de los lados del polígono sombreado son paralelos a algún lado del triángulo. Tres de los lados del polígono miden 1, 2 y 3 como se muestra. Calcula el perímetro del polígono justificando tu respuesta.



R:30