

Segundo Día

7 de octubre de 2009

Duración: 4 horas y 30 minutos.

Cada problema tiene valor de 7 puntos.

Problemas

4. Se desea colocar números naturales alrededor de una circunferencia cumpliendo la siguiente propiedad: Las diferencias entre cada par de números vecinos, en valor absoluto, son todas diferentes.
 - a) ¿Será posible colocar los números del 1 al 2009 satisfaciendo la propiedad?
 - b) ¿Será posible suprimir alguno de los números del 1 al 2009, de tal manera que los 2008 números restantes se puedan colocar satisfaciendo la propiedad?
5. Dado ABC un triángulo acutángulo y escaleno, sea H su ortocentro, O su circuncentro, E y F los pies de las alturas trazadas desde B y C , respectivamente. La recta AO corta nuevamente al circuncírculo del triángulo en un punto G y a los segmentos FE y BC en los puntos X y Y , respectivamente. La recta AH corta a la tangente al circuncírculo trazada por G en un punto Z . Demuestre que HX es paralelo a YZ .
6. Encuentre todos los números primos p y q tales que $p^3 - q^5 = (p + q)^2$.